
Aufbau und Funktionsweise eines Computers - II

Schaltwerke

Schaltwerke

Bei Schaltnetzen:

Ausgabe hängt nur von der aktuellen Eingabe ab.

Bei Schaltwerken:

Ausgabe hängt zusätzlich von endlich vielen vorausgegangenen Eingaben ab.

Dafür notwendig: „Gedächtnis“ in Form sogenannter innerer **Zustände**.
(→ „endliche Automaten“, siehe Informatik III)

Definition:

Ein **Schaltwerk** F ist die technische Realisierung zweier Abbildungen:

$$f : \mathbb{B}^n \times \mathbb{B}^r \rightarrow \mathbb{B}^m$$

$$(a, z) \rightarrow f(a, z) = (f_1(a, z), f_2(a, z), \dots, f_m(a, z))$$

$$\text{mit } a := (a_1, a_2, \dots, a_n) \text{ und } z := (z_1, z_2, \dots, z_r)$$

und

$$g : \mathbb{B}^n \times \mathbb{B}^r \rightarrow \mathbb{B}^r$$

$$(a, z) \rightarrow g(a, z) = (g_1(a, z), g_2(a, z), \dots, g_r(a, z))$$

mit

Definition:

mit

a_i : Schaltzustände an Eingängen von F (**Eingaben**)

z_j : innere **Zustände**

f_k, g_j : Schaltfunktionen (**Ausgabe-/Übergangsfunktion**)

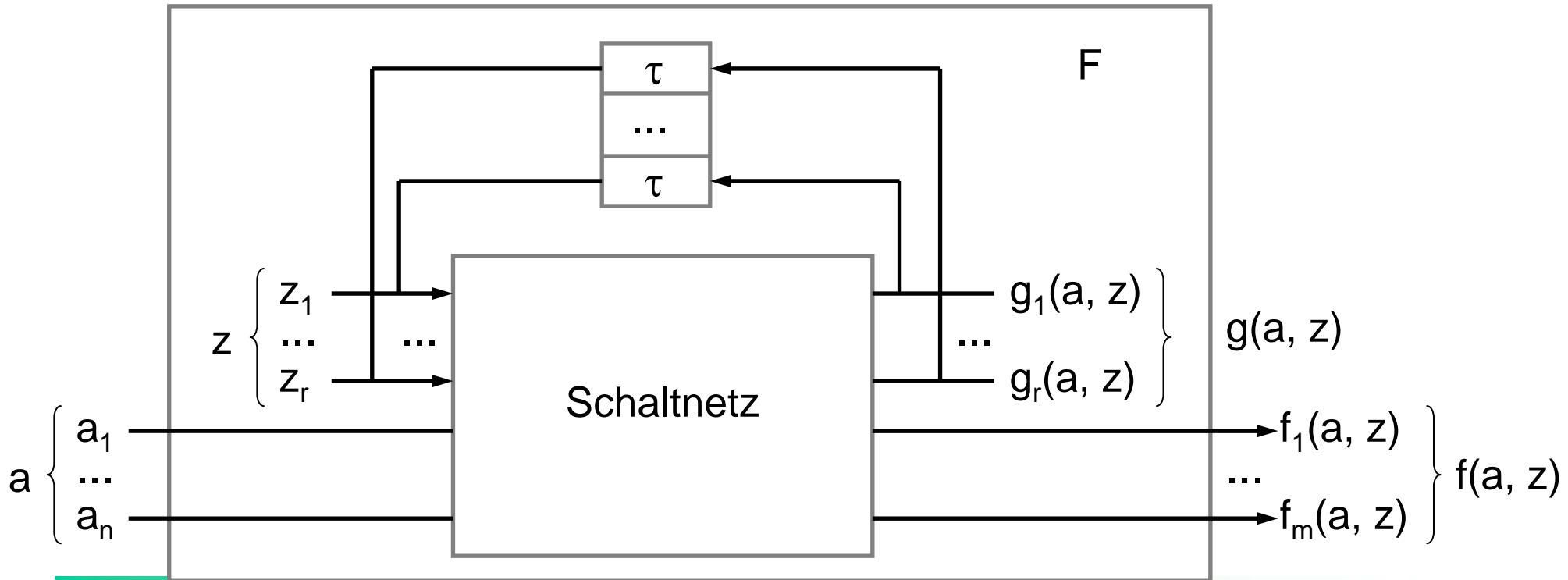
$f_k(a, z)$: Schaltzustände an den Ausgängen von F (**Ausgaben**)

$g_j(a, z)$: neue (rückzuführende) innere Zustände

($i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, r; k = 1, \dots, m$)

Grundeinheiten eines Schaltwerks:

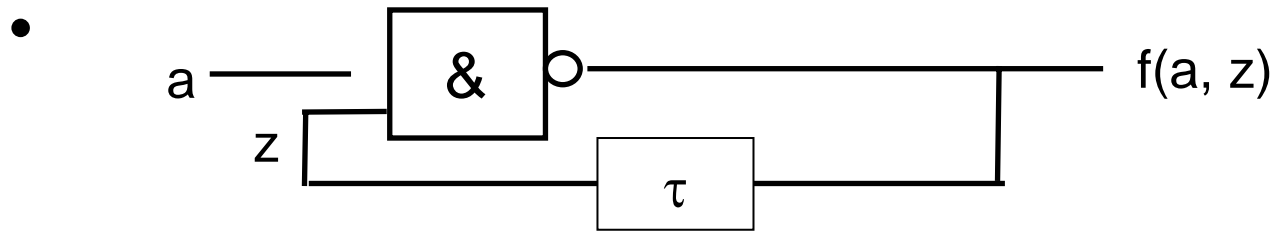
- Schaltnetz
- Verzögerungsglieder τ (zur Rückführung spezieller, den inneren Zustand darstellender Schaltnetzausgänge; Verzögerung um Zeit τ)
- **Anschaulich:**



Bemerkung:

- Schaltverhalten „sequentiell“
- Den Zustand eines Schaltwerkes bezeichnet man als
 - stabil, falls $g(a, z) = z$
(dann: Rückführung ohne Verzögerungsglieder möglich)
 - instabil, falls $g(a, z) \neq z$
- τ wird (bei Rückführungen) nicht immer eingezeichnet

Beispiele: (für einfache Schaltwerke)

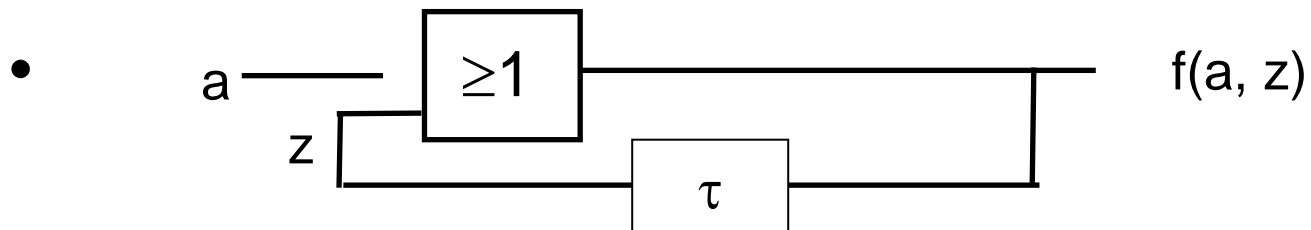


Eingabe $a = 1$ (ständig): $f(a, z) = \dots | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | \dots$;

\Rightarrow Zustand des Schaltwerkes instabil

Eingabe $a = 0$ (ständig): $f(a, z) = 1$ (immer);

\Rightarrow Zustand des Schaltwerkes stabil



Falls *einmal* $a = 1$, dann immer $f(a, z) = 1$, d.h.
Schaltung merkt sich: „einmal 1 gewesen“

Schwierigkeit insbesondere bei größeren Schaltwerken:

Beschreibung und Verfolgung des **zeitlichen** Signalverlaufs,

- abhängig von

- τ

- Laufzeit der Signale

- Wechsel „0“ \rightarrow „1“, „1“ \rightarrow „0“ (nicht schlagartig möglich)

\Rightarrow Wann beobachtet man einen Schaltwerkszustand?

- Ausweg:

Dem Schaltwerk **zeitlichen Rhythmus** von außen vorgeben
(\rightarrow synchrone Schaltwerke)

Synchrone Schaltwerke

Merkmale synchroner, d.h. getakteter Schaltwerke:

- Es werden nur **diskrete Zeitpunkte** $t \cdot \tau$ mit $t \in \mathbb{N}_0$ betrachtet.
- Solch einen diskreten Zeitpunkt nennt man **Taktzeitpunkt**, die Zeitspanne τ **Taktzeit**.
- Die Schaltzeit τ_s gibt an, wie lange ein Schaltnetz braucht, um aus einer Eingangsinformation a den Wert $f(a)$ zu bestimmen. Beträgt τ_s höchstens τ_{\max} Zeiteinheiten, so wählt man $\tau \geq \tau_{\max}$.
- τ_s braucht dann weiter nicht berücksichtigt zu werden.
- Zustandsänderungen erfolgen nur während der Taktzeiten.
- Auslösendes Moment für „Beobachtung“ von Zustandsänderungen: Taktsignal oder einfach **Takt**.

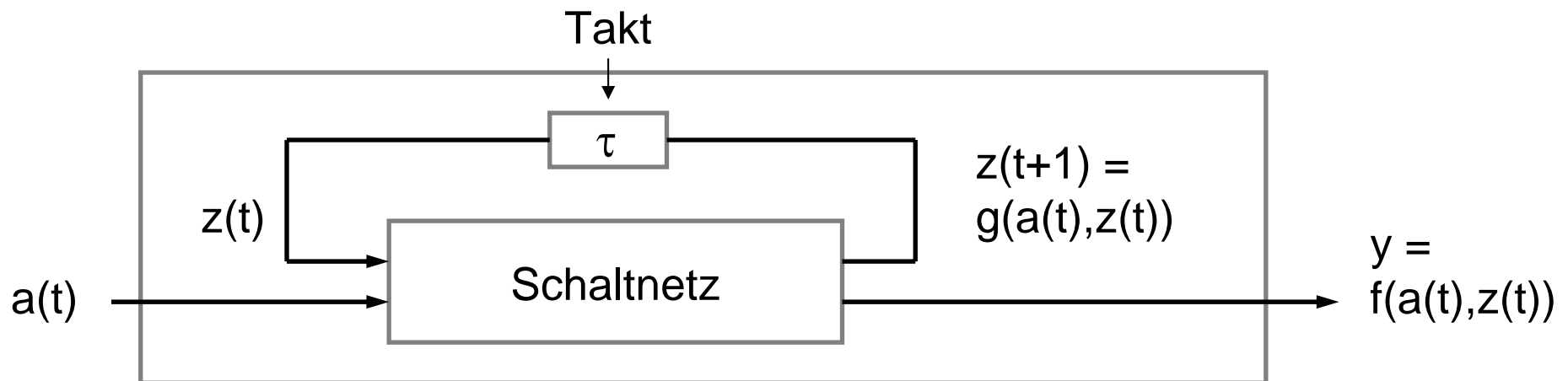
Vereinfachend spricht man meist von Taktzeitpunkten t anstatt von $t \cdot \tau$, d.h. von Taktzeitpunkten

0, 1, 2, ..., t , $t+1, \dots$

anstatt von $0 \cdot \tau$, $1 \cdot \tau$, $2 \cdot \tau$, ..., $t \cdot \tau$, $(t+1) \cdot \tau, \dots$

Es liegt somit folgende Situation vor ($t = 0, 1, 2, \dots$):

einfaches Schema:



Erst beim Takt „erscheint“ das neue $z(t) = g(a(t-1), z(t-1))$ am Ausgang des Verzögerungsgliedes.

⇒ Der **Takt** wirkt wie eine „**Schleuse**“, muss also aus **zwei** verschiedenen (**komplementären**) **Signalen** (oder Ereignissen) bestehen, damit das Verzögerungsglied stets nur nach einer Seite geöffnet sein kann.

Andernfalls wäre das Verzögerungsglied „transparent“ und der gewünschte Effekt wäre nicht erzielbar.

- Eingaben: $a(t)$ frei wählbar
- Zustände: $z(0)$ abhängig von Entwurf des Schaltnetzes
 - beliebig (d.h. unbekannt) oder
 - fest installiert
$$z(t+1) = g(a(t), z(t))$$
- Ausgaben: $y(t) = f(a(t), z(t))$

Schaltwerke zur Speicherung: Flipflops und Register

(A) Forderungen an ein Schaltwerk zur Speicherung einer Schaltvariablen

- (FF1) **Speicherung:**

Schaltwerk muss mindestens zwei stabile Zustände haben.

- (FF2) **Einschreiben** in den Speicher:

Schaltwerk muss definierte Einstellung durch Eingangssignale gestatten.

- (FF3) **Auslesen** aus dem Speicher:

Speicherinhalt muss in negierter oder nichtnegierter Form an den Schaltwerksausgängen zur Verfügung stehen.

Ein Schaltwerk mit den Eigenschaften (FF1), (FF2) und (FF3)

wird auch als Flipflop bezeichnet:

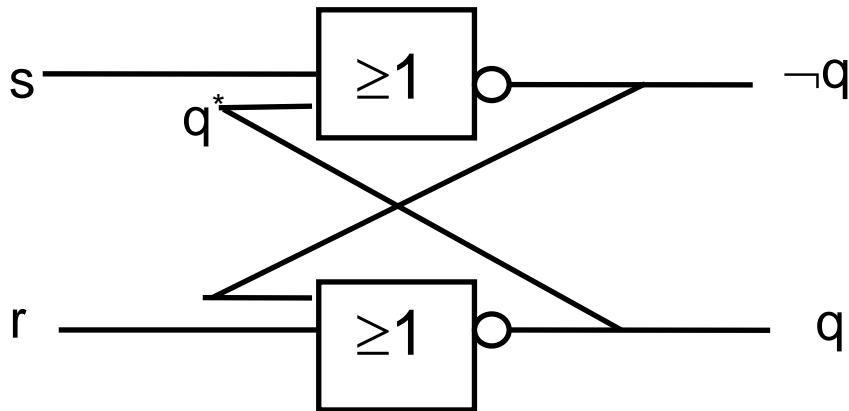
Flipflop verharrt in stabilem Zustand, bis durch Anstoß von außen in anderen stabilen Zustand umgeschaltet wird.

(Flip → Flop → Flip → Flop → Flip → Flop)

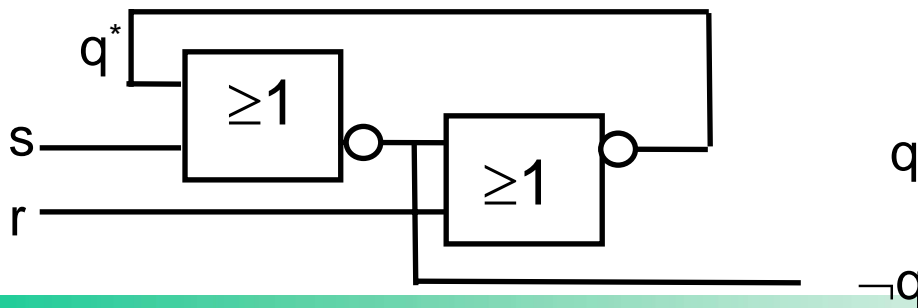
Das asynchrone (also ungetaktete) RS-Flipflop

RS: **R**ücksetzen (reset), **S**etzen (set)

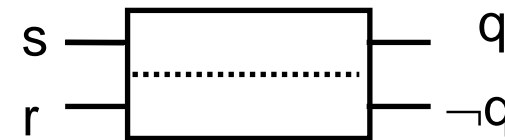
- **Schaltbild:**



1 innerer Zustand: q^* (rückgeführtes q)



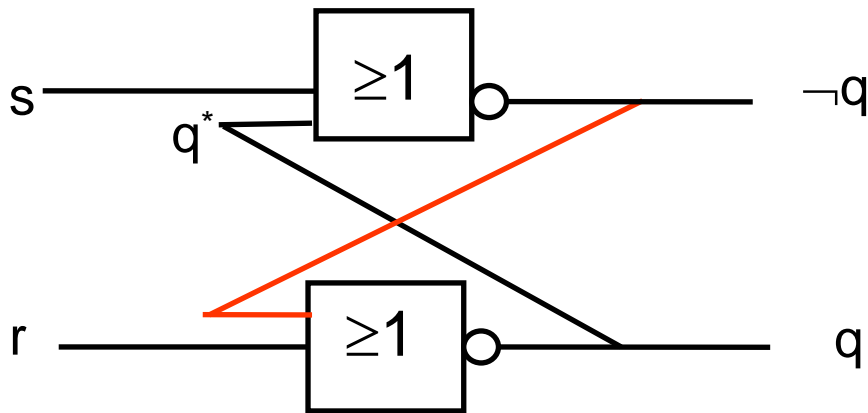
Schaltsymbol:



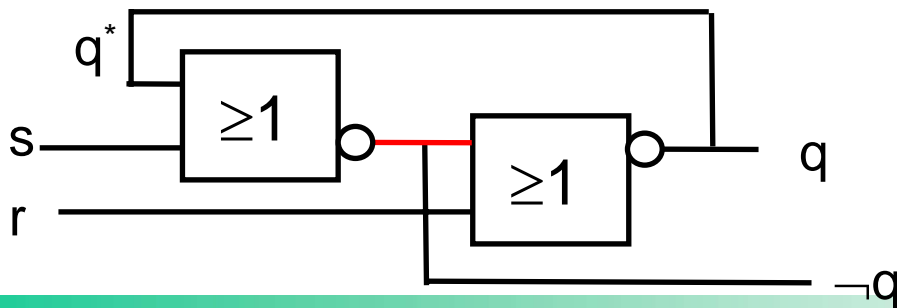
(B) Das asynchrone (also ungetaktete) RS-Flipflop

RS: **R**ücksetzen (reset), **S**etzen (set)

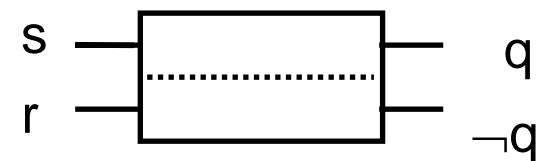
- **Schaltbild:**



1 innerer Zustand: q^* (rückgeführtes q)



Schaltsymbol:



- **Schalttabelle:**

r	s	q*	q	Zustand	
0	0	0	0	stabil	(„0“ gespeichert)
0	0	1	1	stabil	(„1“ gespeichert)
0	1	0	1	instabil	} („1“ setzen)
0	1	1	1	stabil	
1	0	0	0	stabil	} („0“ rücksetzen)
1	0	1	0	instabil	
1	1	0	-	unzulässig	
1	1	1	-	unzulässig	

Diese Schalttabelle erfüllt (FF1), (FF2), (FF3).

s – Eingang: Setzleitung;

r – Eingang: Rücksetzleitung

- **Schaltfunktion:**

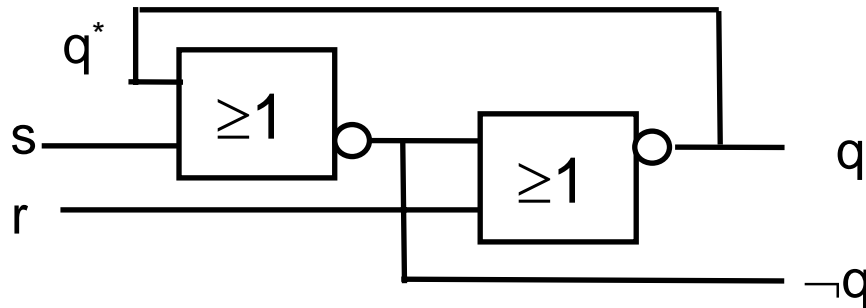
$$q = \neg(\neg(s \vee q^*) \vee r) = (s \vee q^*) \wedge \neg r = \neg r \wedge s \vee \neg r \wedge q^*,$$

und damit $q = s \vee \neg r \wedge q^*$, da $r = s = 1$ unzulässig

- **Schalttabelle:**

r	s	q*	q	Zustand
1	0	1	0	instabil

(„0“ rücksetzen)



- **Schaltfunktion:**

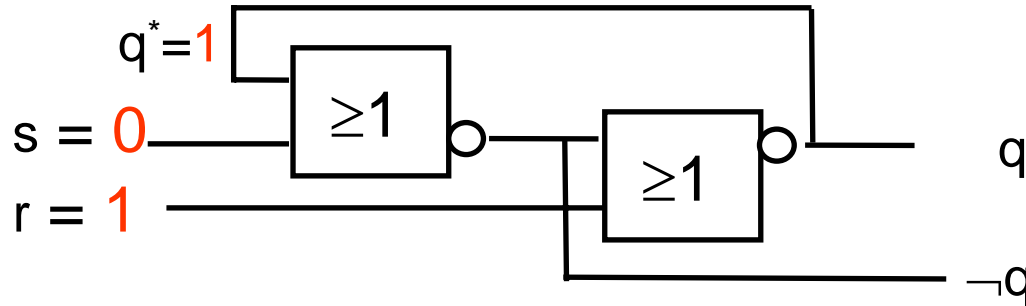
$$q = \neg(\neg(s \vee q^*) \vee r)$$

$$\neg q = \neg(s \vee q^*) = \neg(0 \vee 1) = 0 \text{ ???}$$

- **Schalttabelle:**

r	s	q*	q _{neu}	Zustand
1	0	1	0	instabil

(„0“ rücksetzen)



**Zustand
in Zeit t1**

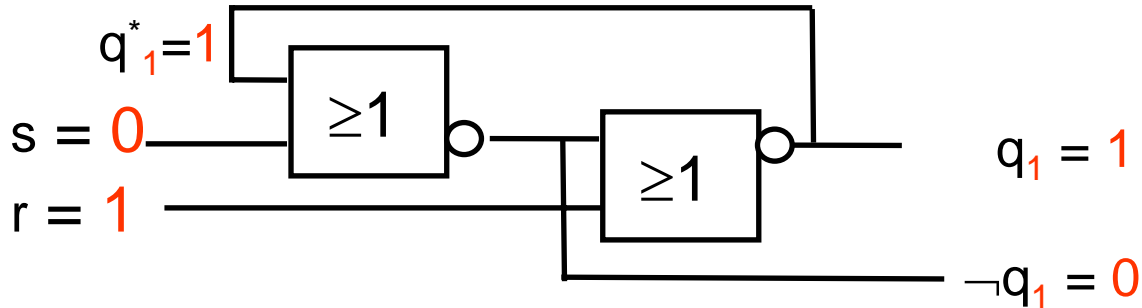
- **Schaltfunktion:**

$$q = \neg(\neg(s \vee q^*) \vee r)$$

$$\neg q = \neg(s \vee q^*) = \neg(0 \vee 1) = 0 \text{ ???}$$

- **Schalttabelle:**

r	s	q*	q _{neu}	Zustand	
1	0	1	0	instabil	(„0“ rücksetzen)



**Zustand
in Zeit t1**

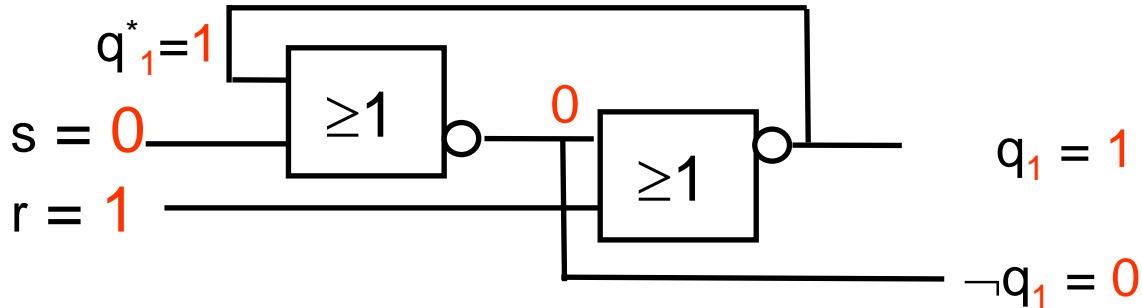
- **Schaltfunktion:**

$$q = \neg(\neg(s \vee q^*) \vee r)$$

$$\neg q = \neg(s \vee q^*) = \neg(0 \vee 1) = 0 \text{ ???}$$

- **Schalttabelle:**

r	s	q*	q _{neu}	Zustand	
1	0	1	0	instabil	(„0“ rücksetzen)



**Zustand
in Zeit t1**

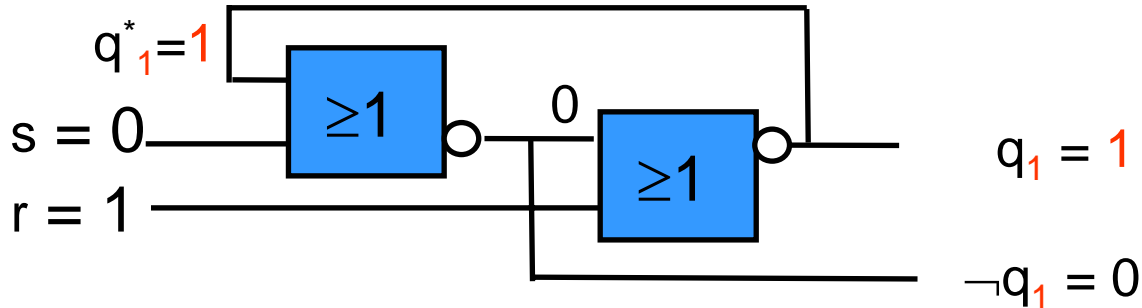
- **Schaltfunktion:**

$$q = \neg(\neg(s \vee q^*) \vee r)$$

$$\neg q = \neg(s \vee q^*) = \neg(0 \vee 1) = 0 \text{ ???}$$

- **Schalttabelle:**

r	s	q*	q	Zustand
1	0	1	0	instabil („0“ rücksetzen)



Zustandsübergang

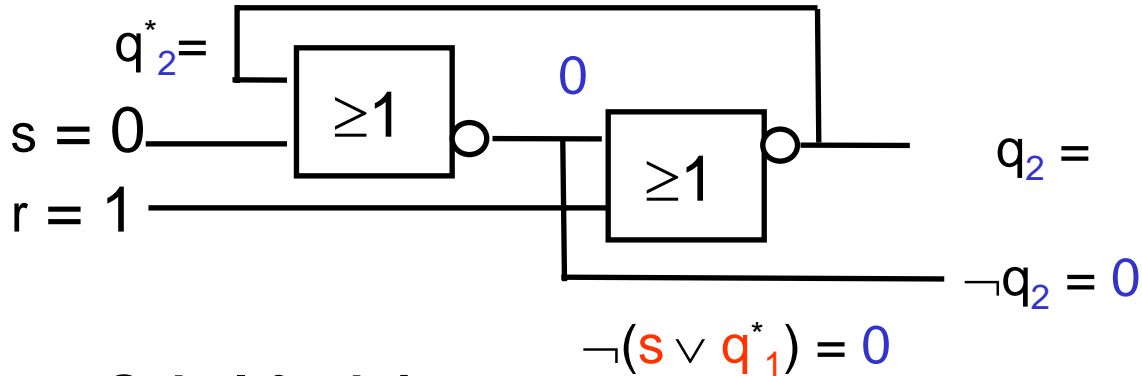
- **Schaltfunktion:**

$$q = \neg(\neg(s \vee q^*) \vee r)$$

$$\neg q = \neg(s \vee q^*) = \neg(0 \vee 1) = 0 \quad ???$$

- **Schalttabelle:**

r	s	q*	q	Zustand	
1	0	1	0	instabil	(„0“ rücksetzen)



Zustand
in Zeit t2

- **Schaltfunktion:**

$$q = \neg(\neg(s \vee q^*) \vee r)$$

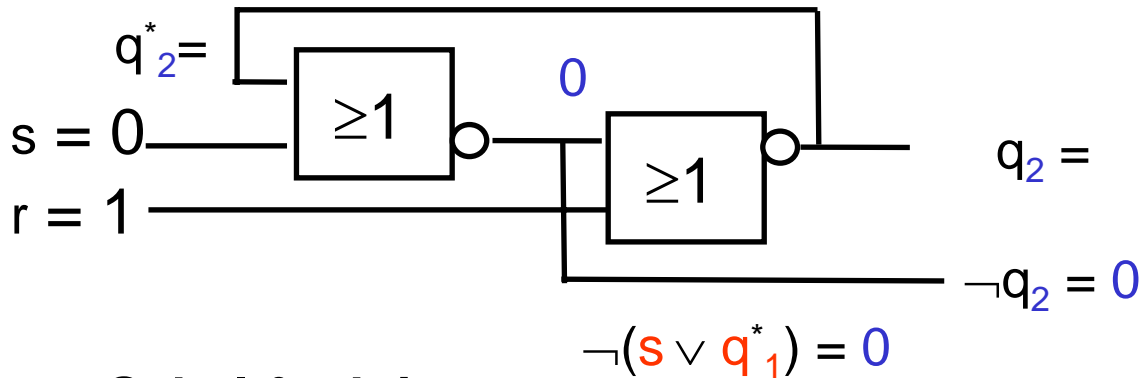
$$\neg q = \neg(s \vee q^*) = \neg(0 \vee 1) = 0 \quad ???$$

Zustand in Zeit t1

$$q_1^* = 1, q_1 = 1, \neg q_1 = 0$$

- **Schalttabelle:**

r	s	q*	q	Zustand	
1	0	1	0	instabil	(„0“ rücksetzen)



Zustand
in Zeit t2

- **Schaltfunktion:**

$$q = \neg(\neg(s \vee q^*) \vee r)$$

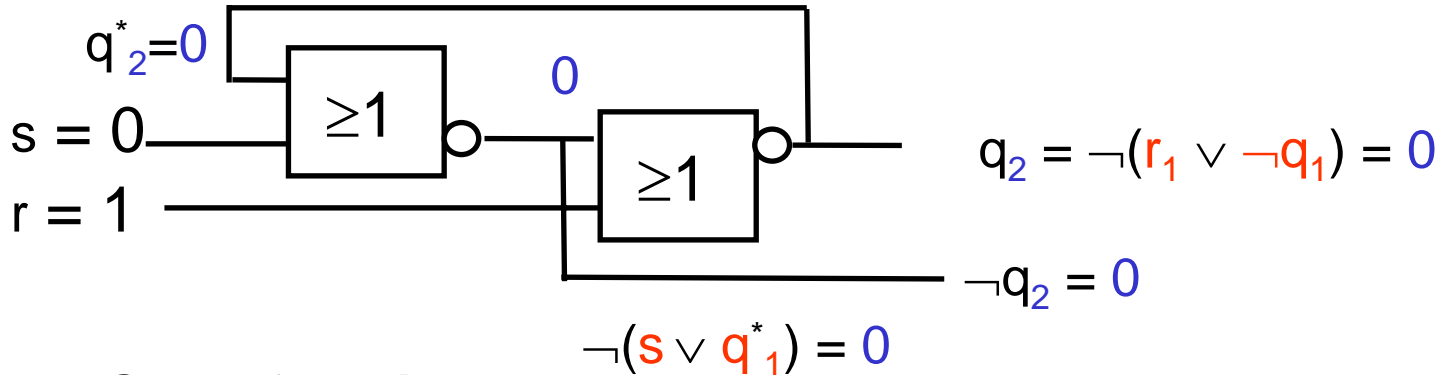
$$\neg q = \neg(s \vee q^*) = \neg(0 \vee 1) = 0 \quad \text{JA}$$

Zustand in Zeit t1

$$q_1^* = 1, q_1 = 1, \neg q_1 = 0$$

- **Schalttabelle:**

r	s	q*	q	Zustand
1	0	1	0	instabil („0“ rücksetzen)



**Zustand
in Zeit t2**

- **Schaltfunktion:**

$$q = \neg(\neg(s \vee q^*) \vee r)$$

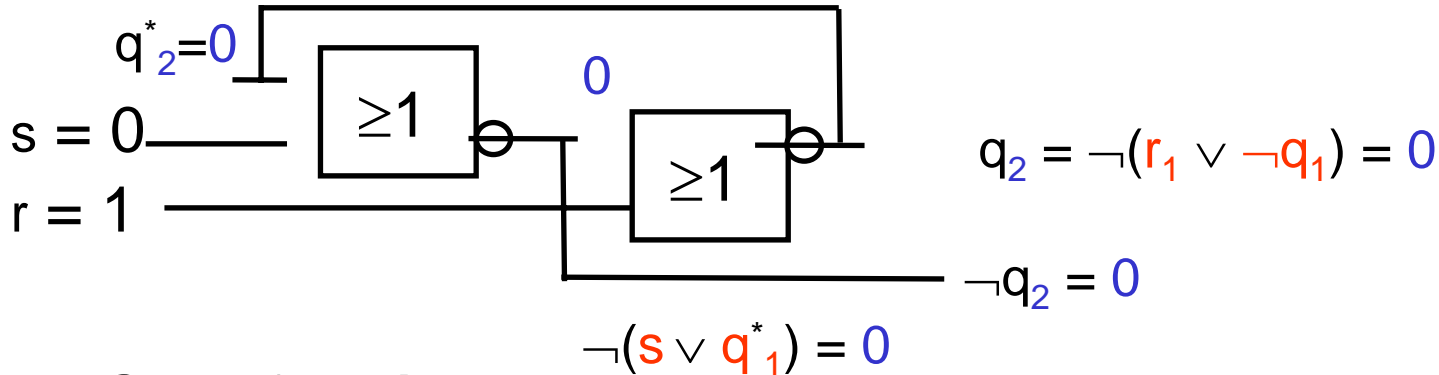
$$\neg q = \neg(s \vee q^*) = \neg(0 \vee 1) = 0 \quad \text{Ja}$$

Zustand in Zeit t1

$$q_1^* = 1, q_1 = 1, \neg q_1 = 0$$

- **Schalttabelle:**

r	s	q*	q	Zustand
1	0	1	0	instabil („0“ rücksetzen)



**Zustand
in Zeit t2**

- **Schaltfunktion:**

$$q = \neg(\neg(s \vee q^*) \vee r)$$

$$\neg q = \neg(s \vee q^*) = \neg(0 \vee 1) = 0 \quad \text{Ja}$$

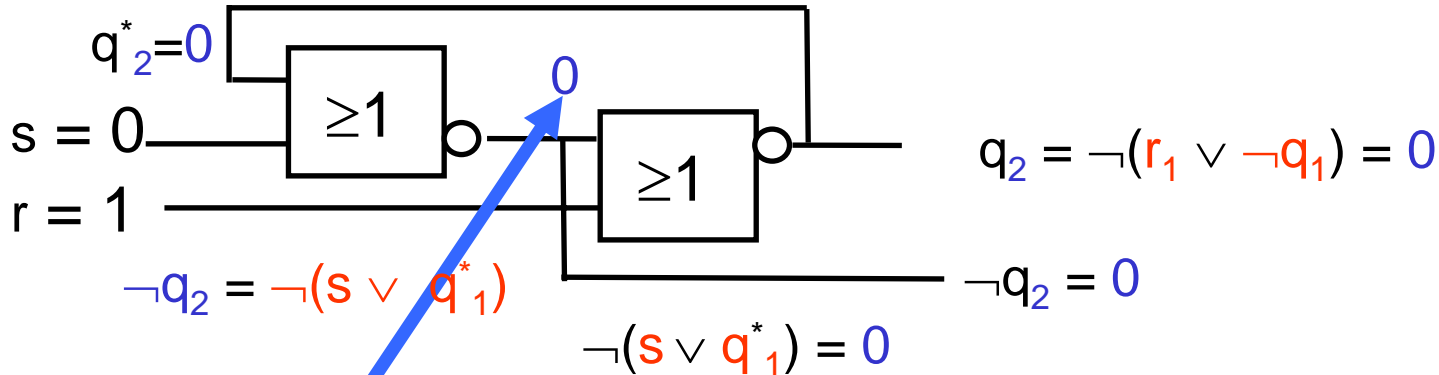
Noch nicht Ende!!!

Zustand in Zeit t1

$$q_1^* = 1, q_1 = 1, \neg q_1 = 0$$

- **Schalttabelle:**

r	s	q*	q	Zustand
1	0	1	0	instabil („0“ rücksetzen)



Zustand
in Zeit t2

- **Schaltfunktion:**

$$q = \neg(\neg(s \vee q^*) \vee r)$$

$$\neg q = \neg(s \vee q^*) = \neg(0 \vee 1) = 0 \quad \text{Ja}$$

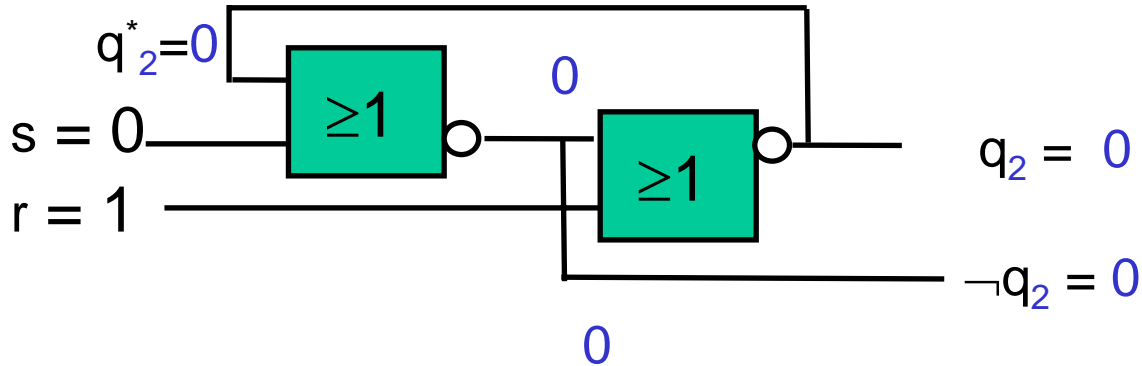
Zustand in Zeit t1

$$q_1^* = 1, q_1 = 1, \neg q_1 = 0$$

Noch nicht Ende!!!

- **Schalttabelle:**

r	s	q*	q	Zustand
1	0	1	0	instabil („0“ rücksetzen)



Zustandsübergang

- **Schaltfunktion:**

$$q = \neg(\neg(s \vee q^*) \vee r)$$

$$\neg q = \neg(s \vee q^*) = \neg(0 \vee 1) = 0 \quad \text{Ja}$$

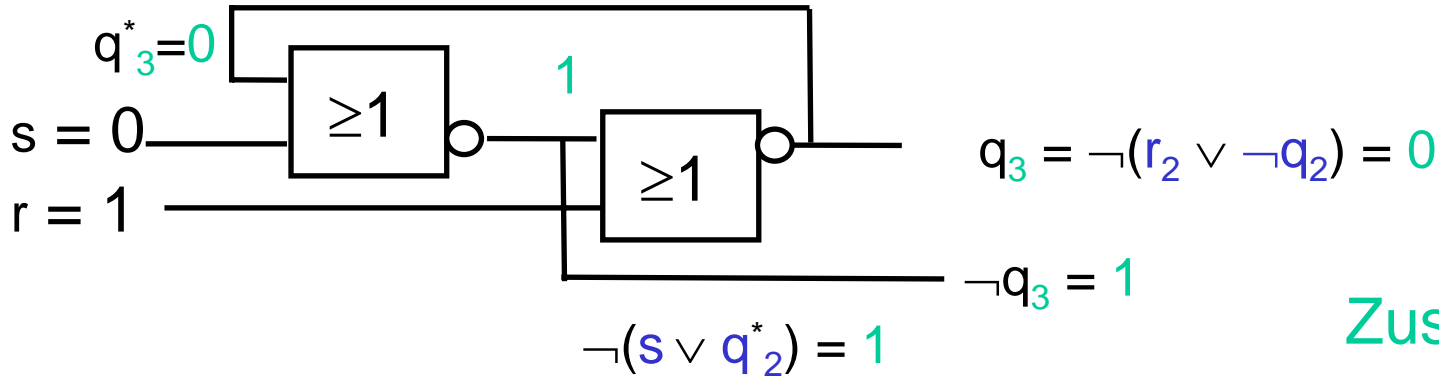
Zustand in Zeit t1

$$q_1^* = 1, q_1 = 1, \neg q_1 = 0$$

Noch nicht Ende!!!

- **Schalttabelle:**

r	s	q*	q	Zustand
1	0	1	0	instabil („0“ rücksetzen)



Zustand in Zeit t3

- **Schaltfunktion:**

$$q = \neg(\neg(s \vee q^*) \vee r)$$

$$\neg q = \neg(s \vee q^*) = \neg(0 \vee 0) = 1 \quad \text{OK}$$

Zustand in Zeit t1

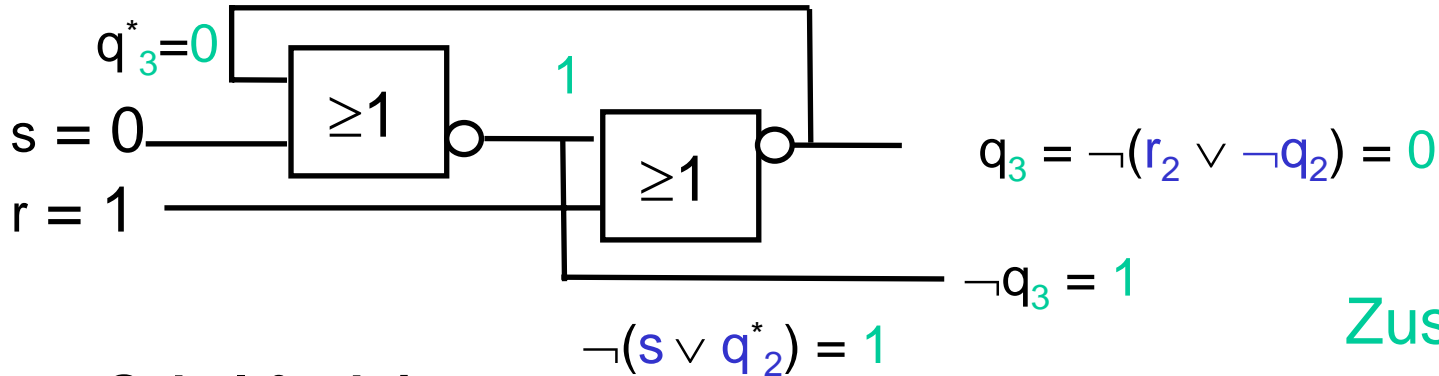
Zustand in Zeit t2

$$q_1^* = 1, q_1 = 1, \neg q_1 = 0$$

$$q_2^* = 0, q_2 = 0, \neg q_2 = 0$$

- **Schalttabelle:**

r	s	q [*] ₁	q ₃	Zustand	
1	0	1	0	instabil	(„0“ rücksetzen)



Zustand in Zeit t3

- **Schaltfunktion:**

$$q = \neg(\neg(s \vee q_1^*) \vee r) =$$

$$\neg q_3 = \neg(s \vee q_2^*) = \neg(0 \vee 0) = 1 \quad \text{OK}$$

Zustand in Zeit t1

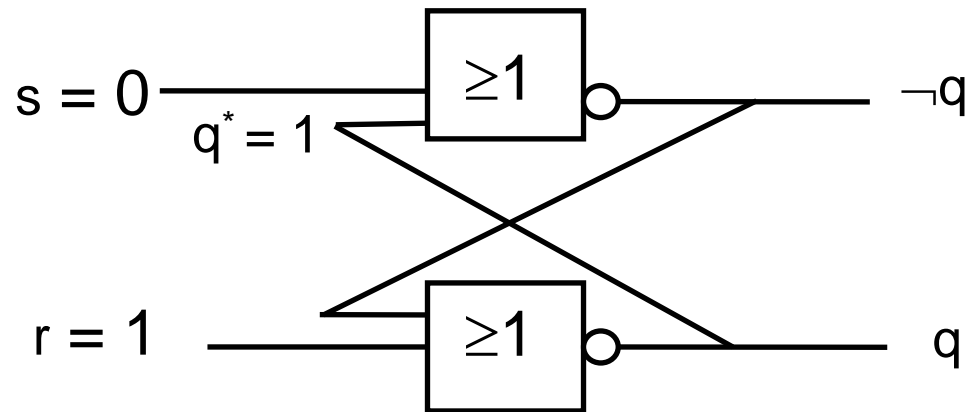
$$q_1^* = 1, q_1 = 1, \neg q_1 = 0$$

Zustand in Zeit t2

$$q_2^* = 0, q_2 = 0, \neg q_2 = 0$$

Zustand in Zeit t3

$$q_3^* = 0, q_3 = 0, \neg q_3 = 1$$

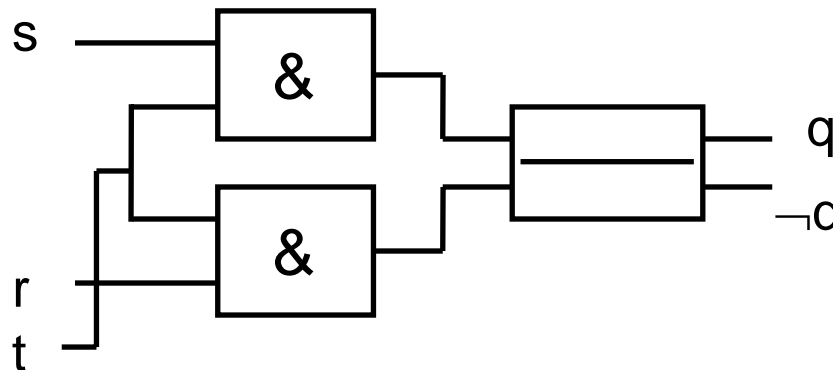


Das synchrone RS-Flipflop

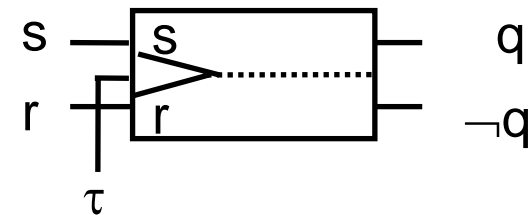
- Übernahme einer Information in den Speicher zu frei bestimmbaren Zeitpunkten
- Hinzunahme eines Taktes t :
den Speicher nur möglich, wenn $t = 1$

Einschreiben in

- **Schaltbild**



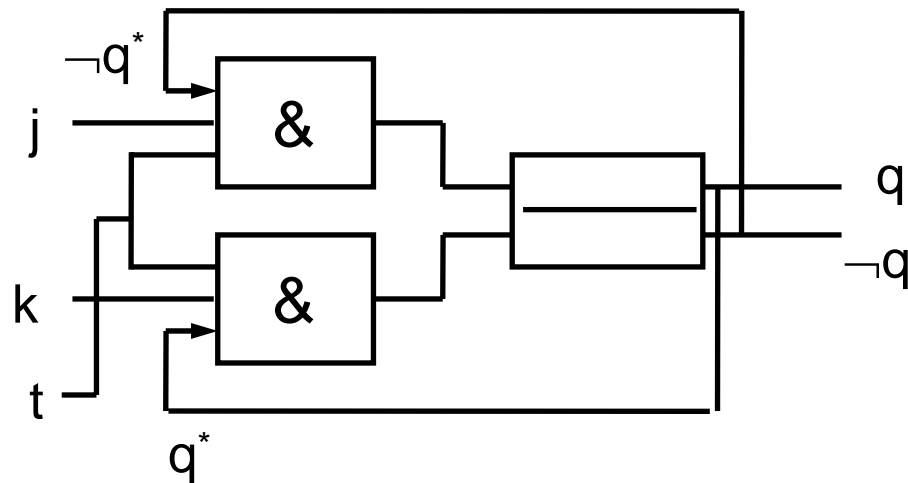
- **Schaltsymbol:**



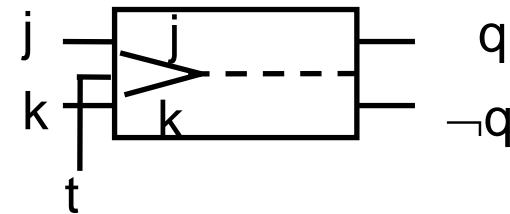
Das synchrone JK-Flipflop

- Ähnlich RS-Flipflop; hier aber Eingangskombination $j=k=1$ erlaubt

- **Schaltbild:**



- **Schaltsymbol:**



- **Schaltfunktion:**

$$q = (j \vee q^*) \wedge (\neg k \vee \neg q^*);$$

$j = k = t = 1 \Rightarrow q$ erhält Wert von $\neg q$ und umgekehrt;
(Beweis über Schalttabelle)

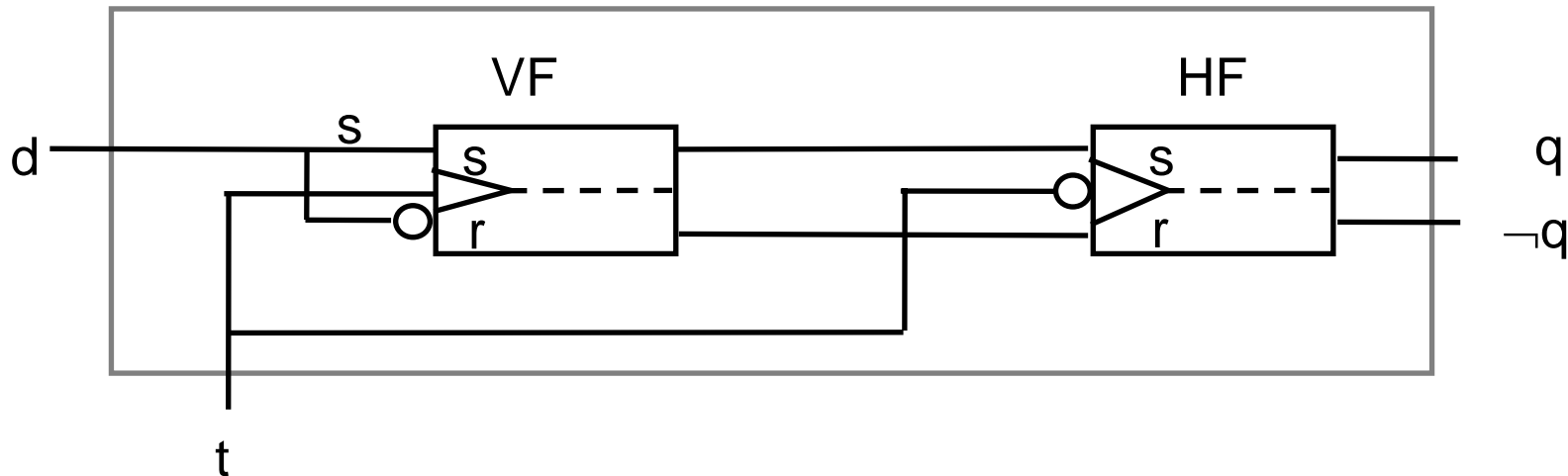
Das RS-MS-Flipflop

MS: **M**aster **S**lave

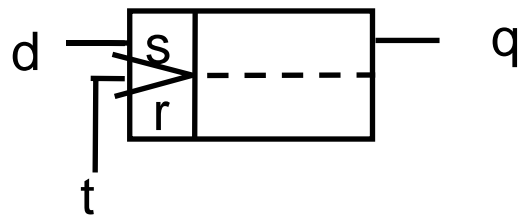
- Zusammenschalten von 2 synchronen RS-Flipflops mit demselben t

VF: Vorspeicher-Flipflop („Master“)

HF: Hauptspeicher-Flipflop („Slave“)



-
- t = 1: Eingänge von HF gesperrt
Übernahme von d in VF (solange wie t = 1)
- t = 0: Eingänge von VF gesperrt
HF übernimmt Schaltzustand von VF
- Einschreiben in den Speicher nur möglich, wenn t = 1;
Speicher erst auslesbar, wenn anschließend t = 0
 - Oft: MS-Flipflop nur mit q-Ausgang
 - **Schaltsymbol** (für Flipflops mit dieser Eigenschaft):



(d: delay; Verzögerung)

Register

- Eine geordnete Menge von synchronen Flipflops mit derselben Taktleitung bezeichnet man als **Register**.
- Operationen mit einem Register bestehend aus n Flipflops
 - a) Auf-0-setzen; einzelner / aller Flipflops
 - b) Auf-1-setzen; einzelner / aller Flipflops
 - c) Invertieren; einzelner / aller Flipflops

Realisierung von (a) – (c)

- Parallel, d.h. gleichzeitiges Ansprechen der entsprechenden Flipflops;
Nachteil: Anzahl der Anschlüsse (pins) hoch
- Seriell, unter Verwendung von **Schiebeoperationen**

Schieben (shift);

$$q_i := q_{i-1} \quad (i = 2, \dots, n)$$

falls zusätzlich $q_1 := q_n$

$$q_i := q_{i+1} \quad (i = 1, \dots, n-1)$$

falls zusätzlich $q_n := q_1$

Rechtsshift

zyklischer Rechtsshift

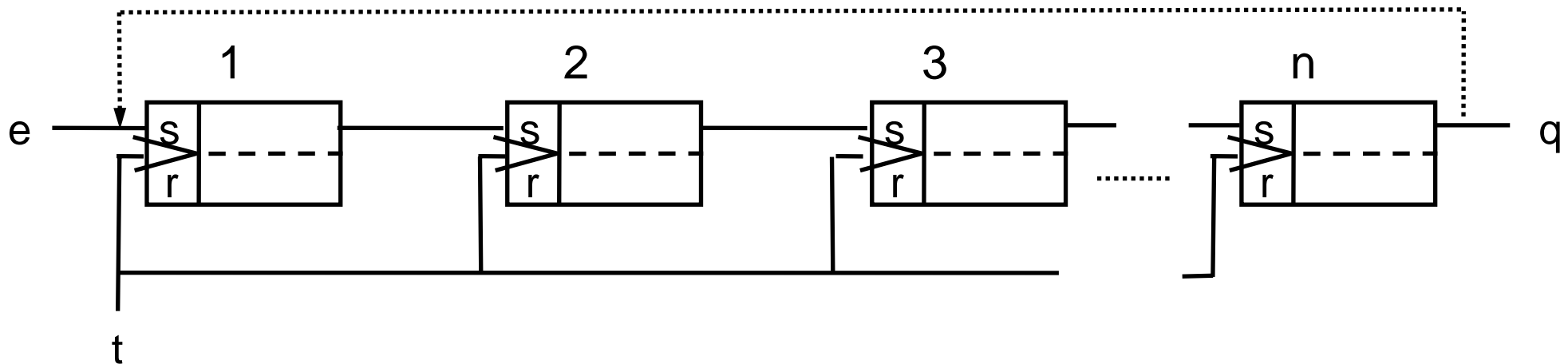
Linksshift

zyklischer Linksshift

Beispiel 1: Schieberegister

Zusammenschalten von n RS-MS-Flipflops zu einem Schieberegister

Schieberichtung:



- Zyklisches Schieberegister, falls „Rückpfeil“ vorhanden
- Jedes Flipflop des Registers kann auch einzeln eine q-Leitung nach außen haben („Schieberegister mit **Parallelausgabe**“)

- Taktleitung wird häufig nicht eingezeichnet (innerhalb eines Schaltwerks wird meist mit demselben Takt gearbeitet)
- (Zyklisches) Schieberegister kurz auch in folgender Darstellung

