

Aufgabe 01 (12 Punkte)

Die folgende Datenbasis beschreibt Familien: familie(Vater;Mutter,ListederKinder).

fam i l i e(anton, gerda, [karl , hans, i da]).

fam i l i e(karl , hi l l e, [manfred, wi l l i]).

fam i l i e(hans, mari a, [i nge, paul]).

fam i l i e(otto, i da, [di eter, kl aus]).

- a) Definieren sie ein Prädikat oma(O,E), das genau dann wahr ist, wenn O die Großmutter des Enkels oder der Enkelin E ist.

oma(O, E) : -fam i l i e(_ , O, K), fam i l i e(V, M, K2),
(member(V, K); member(M, K)), member(E, K2).

- b) Definieren Sie ein Prädikat kinderzahl(E,N), das genau dann wahr ist, wenn N die Anzahl der Kinder des Elternteils E ist (im obigen Beispiel gilt: kinderzahl(anton,3) liefert true.

ki n d e r z a h l (E, N) : - (fam i l i e(E, _ , K); fam i l i e(_ , E, K)), l a e n g e(K, N).
l a e n g e([], 0).

l a e n g e([H|T], N) : - l a e n g e(T, NN), N i s NN+1.

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Gegeben sei die Formel $F_1 \equiv (A \rightarrow \neg(B \rightarrow C))$.

- Stellen Sie eine Wahrheitstabelle für F_1 auf.
- Wandeln Sie F_1 in eine disjunktive Normalform um, die aus höchstens 2 Konjunktionen besteht.
- Wandeln Sie F_1 in eine konjunktive Normalform um, die aus höchstens 2 Disjunktionen besteht.

a)

A	B	C	$\neg(B \rightarrow C)$	$A \rightarrow \neg(B \rightarrow C)$
0	0	0	0	1
0	0	1	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	0
1	0	1	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0

Normalformen durch Umrechnen

$$A \rightarrow \neg(B \rightarrow C)$$

$$A \rightarrow \neg(\neg B \vee C)$$

$$A \rightarrow (B \wedge \neg C)$$

$$\neg A \vee (B \wedge \neg C) \text{ DNf (b)}$$

$$(\neg A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg C) \text{ KNF (c)}$$

alternativ aus der Wahrheitstabelle:

DNF:

$$(\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge \neg C)$$

$$\equiv (\neg A \wedge \neg B) \vee (\neg C \wedge C) \vee (\neg A \wedge B) \vee (\neg C \wedge C) \vee (A \wedge \neg A) \vee (B \wedge \neg C)$$

$$\equiv (\neg A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B) \vee (B \wedge \neg C)$$

$$\equiv (\neg A) \vee (\neg B \wedge B) \vee (B \wedge \neg C)$$

$$\equiv (\neg A) \vee (B \wedge \neg C)$$

KNF:

$$(\neg A \vee B \vee C) \wedge (\neg A \vee B \vee \neg C) \wedge (\neg A \vee \neg B \vee \neg C)$$

$$\equiv (\neg A \vee B) \wedge (C \vee \neg C) \wedge (\neg A \vee \neg C) \wedge (\neg B \vee B)$$

$$\equiv (\neg A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg C)$$

Aufgabe 03 (12 Punkte)

- a) Geben Sie für die folgende Klauselmeng e die Mengen $Res^1(M)$, $Res^2(M)$, .. an, die man durch Resolution daraus ableiten kann.

$$Res^0(M) = M = \{\{A, B, C\}, \{\neg B, \neg C\}, \{\neg A, C\}\}$$

$$Res^0(M) = M = \{\{A, B, C\}, \{\neg B, \neg C\}, \{\neg A, C\}\}$$

$$Res^1(M) = Res^0(M) \cup \{\{A, C, \neg C\}, \{A, B, \neg B\}, \{B, C\}, \{\neg A, \neg B\}\}$$

$$Res^2(M) = Res^1(M) \cup \{\{B, \neg B, C\}, \{A, \neg A, C\}, \{C, \neg C\}, \{B, \neg B\}\}$$

$$Res^*(M)$$

- b) Ist M erfüllbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

Ja. Es lässt sich keine leere Klausel ableiten.

Aufgabe 4

Gegeben sei die Hornformel:

$$F \equiv (A \vee \neg D) \wedge (\neg C \vee \neg A \vee D) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge D \wedge \neg E$$

a) Formen Sie die Formel zu einer Konjunktion von Implikationen um.

$$\begin{aligned} F &\equiv (A \vee \neg D) \wedge (\neg C \vee \neg A \vee D) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge D \wedge \neg E \\ &\equiv (D \rightarrow A) \wedge ((C \wedge A) \rightarrow D) \wedge (A \wedge B \rightarrow 0) \wedge (1 \rightarrow D) \wedge (E \rightarrow 0) \end{aligned}$$

b) Zeigen Sie mithilfe des Markierungsalgorithmus, dass die Formel erfüllbar ist und geben Sie eine erfüllende Belegung an!

$$\begin{aligned} (\mathcal{D} \rightarrow A) \wedge ((C \wedge A) \rightarrow \mathcal{D}) \wedge (A \wedge B \rightarrow 0) \wedge (1 \rightarrow \mathcal{D}) \wedge (E \rightarrow 0) \\ (\mathcal{D} \rightarrow \mathcal{A}) \wedge ((C \wedge \mathcal{A}) \rightarrow \mathcal{D}) \wedge (\mathcal{A} \wedge B \rightarrow 0) \wedge (1 \rightarrow \mathcal{D}) \wedge (E \rightarrow 0) \end{aligned}$$

Belegung $A=D=1$. $B=C=E=0$

Aufgabe 5

Zeigen Sie mit einem Tableaubeweis, dass die Formel

$$(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)$$

allgemeingültig ist.

Zeige Unerfüllbarkeit der Negation!

$$\neg((A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ | \\ (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \\ | \\ \neg(A \rightarrow C) \\ | \\ A \\ \neg C \\ | \\ A \rightarrow B \\ | \\ B \rightarrow C \\ / \quad \backslash \\ \neg A \quad B \\ * \\ \quad \quad / \quad \backslash \\ \quad \quad \neg B \quad C \\ * \quad * \end{array}$$