Logik für Informatiker

Universität
Koblenz-Landau
Institut für Informatik

SS 2008

Prof. Dr. Ulrich Furbach
Dr. Manfred Jackel

2. Teilklausur

25.07.2008

Bitte in Druckschrift leserlich ausfüllen!

Name

Vorname

E-Mail-Adresse @uni-koblenz.de

Matrikelnummer

Studiengang:
☐ Computervisualistik (Diplom)
☐ Informatik (Diplom)
☐Computervisualistik (BSc)
☐Informatik (BSc)
☐ Anglistik & Medienmanagement (BSc)
☐ B Ed ____________________
☐ Informationsmanagement (BSc) ☐ Diese Prüfungsleistung ist mein 2. Versuch (Nachklausur). Erstversuch im _______________ (Semester). ☐ Diese Prüfungsleistung ist mein 3. Versuch (Nachklausur). Erstversuch im _______________ (Semester).

Auswertung:

	1	2	3	4	5	6	GESAMT
Punkte							

Aufgabe 01 (12 Punkte)

Tweety ist ein Vogel.

Formalisieren Sie folgende Aussagen in Prädikatenlogik.

(1) Alle Vögel können pfliegen.
(2) Tweety ist kein Quisling und Quislinge können nicht pfliegen.
(3) Wenn ein Tier pfliegen kann, dann ist es ein Vogel, und es gibt ein Tier, das nicht pfliegen kann,
(4) Wenn ein Vogel nicht pfliegen kann, dann ist er kein Rabe.

Nehmen Sie als Universum die Menge aller Tiere an. Verwenden Sie die einstelligen Prädikate p(x): x kann pfliegen, q(x): x ist ein Quisling, r(x): x ist ein Rabe, v(x): x ist ein Vogel.

F1 = $\forall x\left(v(x) \rightarrow p(x)\right)$

F2= $\neg q(t) \wedge \forall x\left(q(x) \rightarrow \neg p(x)\right)$

F3= $\forall x\left(p(x) \rightarrow v(x)\right) \wedge \exists y\left(\neg p(y)\right)$

F4= $\forall x\left(v(x) \wedge \neg p(x) \rightarrow \neg r(x)\right)$

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Gegeben seine die nachfolgenden Formeln.

Wandeln Sie diese

1. in bereinigte Form,
2. in Pränexform,
3. in Skolemform und
4. in Klauselmengen um.

a) $\neg\left(\forall x\left(\neg r(x)\rightarrow r(f(x))\right)\rightarrow \exists x\left(r\left(x\wedge r\left(f\left(f(x)\right)\right)\right)\right)\right)$

$\neg\left(\forall x\left(\neg r(x)\rightarrow r(f(x))\right)\rightarrow \exists x\left(r(x)\wedge r\left(f\left(f(x)\right)\right)\right)\right)$

$\neg\left(\neg\forall x\left(\neg r(x)\rightarrow r(f(x))\right)\vee \exists x\left(r(x)\wedge r\left(f\left(f(x)\right)\right)\right)\right)$

$\forall x\left(\neg r(x)\rightarrow r(f(x))\right)\wedge\neg\exists x\left(r(x)\wedge r\left(f\left(f(x)\right)\right)\right)$

$\forall x\left(r(x)\vee r(f(x))\right)\wedge\forall x\neg\left(r\left(x\wedge r\left(f\left(f(x)\right)\right)\right)\right)$

$\forall x\left(r(x)\vee r(f(x))\right)\wedge\forall y\left(\neg r(y)\vee\neg r\left(f\left(f(y)\right)\right)\right)$ bereinigt

$\forall x\forall y\left(\left(r(x)\vee r(f(x))\right)\wedge\left(\neg r(y)\vee\neg r\left(f\left(f(y)\right)\right)\right)\right)$ Pränex=Skolem

$\left\{\left\{r(x),r(f(x))\right\},\left\{\neg r(y)\vee\neg r\left(f\left(f(y)\right)\right)\right\}\right\}$ Klauselmenge

b) $\neg\left(\neg\forall x\left(p(x)\leftrightarrow\exists x\left(\neg p(x)\right)\right)\right)$

$\neg\left(\neg\forall x\left(p(x)\leftrightarrow\exists x\left(\neg p(x)\right)\right)\right)$

$\forall x\left(p(x)\leftrightarrow\exists x\left(\neg p(x)\right)\right)$

$\forall x\left(\left(p(x)\rightarrow\exists x\left(\neg p(x)\right)\right)\wedge\left(\exists x\left(\neg p(x)\right)\rightarrow p(x)\right)\right)$

$\forall x\left(\left(\neg p(x)\vee\exists x\left(\neg p(x)\right)\right)\wedge\left(\neg\exists x\left(\neg p(x)\right)\vee p(x)\right)\right)$

$\forall x\left(\left(\neg p(x)\vee\exists x\left(\neg p(x)\right)\right)\wedge\left(\forall x\left(p(x)\right)\vee p(x)\right)\right)$

$\forall x\left(\left(\neg p(x)\vee\exists y\left(\neg p(y)\right)\right)\wedge\left(\forall z\left(p(z)\right)\vee p(x)\right)\right)$ bereinigt

$\forall x\exists y\forall z\left(\left(\neg p(x)\vee\left(\neg p(y)\right)\right)\wedge\left(p(z)\vee p(x)\right)\right)$ Pränex

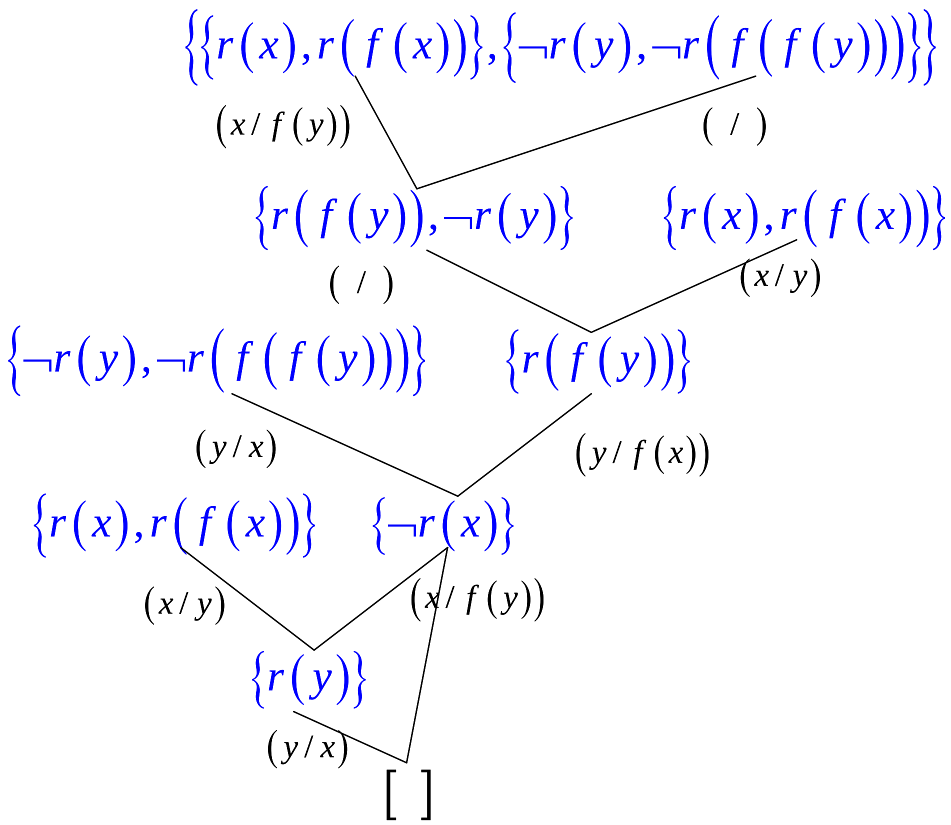
$\forall x\forall z\left(\left(\neg p(x)\vee\left(\neg p(f(x))\right)\right)\wedge\left(p(z)\vee p(x)\right)\right)$ Skolem

$\left\{\left\{\neg p(x),\left(\neg p(f(x))\right)\right\},\left\{p(z),p(x)\right\}\right\}$ Klauselmenge

Aufgabe 03 (12 Punkte)

Zeigen Sie mit prädikatenlogischer Resolution die Unerfüllbarkeit folgender Klauselmenge. Geben Sie für alle Resolutionsschritte die Substitutionen an.

$$\{\{r(x), r(f(x))\}, \{\neg r(y), \neg r(f(f(y)))\}\}$$

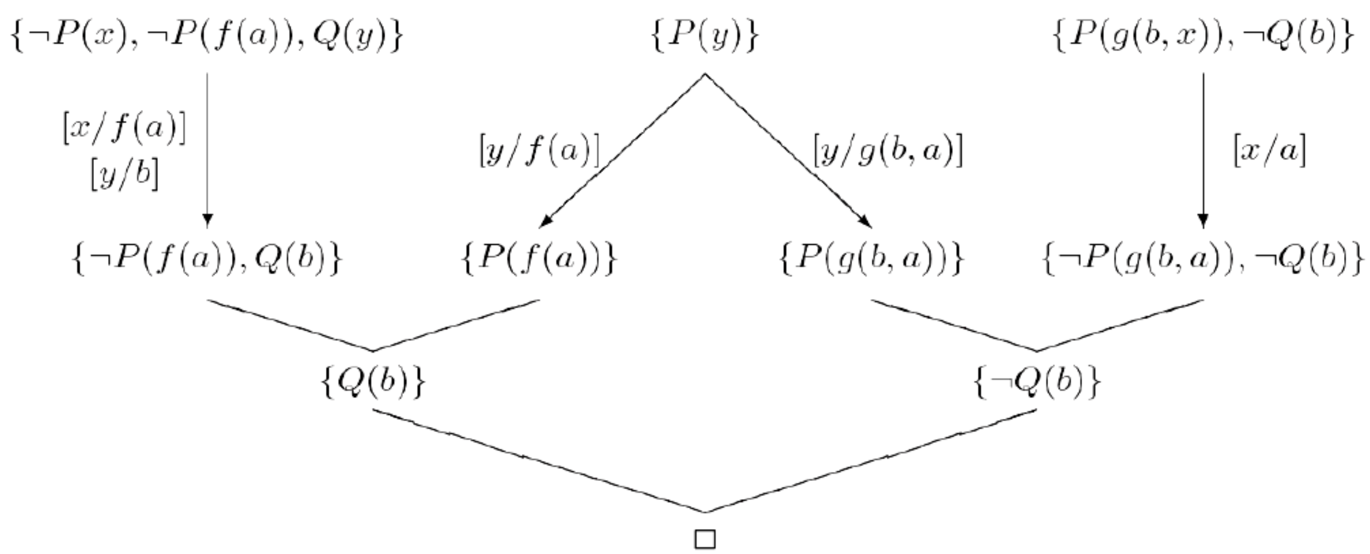


Aufgabe 4

Gegeben sei die Klauselmenge

F=$\{\{\neg p(x), \neg p(f(a)), q(y)\}, \{p(y)\}, \{\neg p(g(b,x)), \neg q(\ )\}\}$

Zeigen Sie die Unerfüllbarkeit der Formel mit Hilfe der Grundresolution.



Aufgabe 5

Zeigen Sie mit einem prädikatenlogischen Tableaubeweis:

$$\forall y \forall x \left(\forall z \left(p(x,z) \rightarrow p(y,z) \right) \rightarrow q(x,y) \right) \models \forall x q(x,x)$$

Zeige Unerfüllbarkeit von

$$\left(\forall y \forall x \left(\forall z \left(p(x,z) \rightarrow p(y,z) \right) \rightarrow q(x,y) \right) \right) \wedge \neg \forall x q(x,x)$$

$$\left(\forall y \forall x \left(\forall z \left(p(x,z) \rightarrow p(y,z) \right) \rightarrow q(x,y) \right) \right) \wedge \neg \forall x q(x,x)$$

$$\neg \forall x q(x,x)$$

$$\neg q(c,c)$$

$$\forall x \left(\forall z \left(p(x,z) \rightarrow p(c,z) \right) \rightarrow q(x,c) \right)$$

$$\forall x \left(\forall z \left(p(x,z) \rightarrow p(c,z) \right) \rightarrow q(x,c) \right)$$

$$\forall z \left(p(c,z) \rightarrow p(c,z) \right) \rightarrow q(c,c)$$

$$\neg \forall z \left(p(c,z) \rightarrow p(c,z) \right)$$

$$\neg \left(p(c,d) \rightarrow p(c,d) \right)$$

$$p(c,d)$$

$$\neg p(c,d)$$

$$\square$$

$$q(c,c)$$

$$\square$$

Aufgabe 6

Schreiben Sie ein Prolog-Prädikat `oddlist(L, O)`.
Das Prädikat ist genau dann erfüllt, wenn O eine Liste ist, die die Elemente an ungerader Position in L auflistet. Dies impliziert auch, dass eine leere Liste keine Elemente an ungerader Position hat.
Beispiel: `oddlist([1,2,3,4,5],[1,3,5])` liefert yes.

```
oddlist([],[]).

oddlist([X],[X]).

oddlist([A,B|T],[A|U]):-oddlist(T,U).
```