Informatik für IM

Lösungen zu Blatt 3

Aufgabe 2

```
sum=0;
i=0;
while (i<n) {
  // hier gilt:
   i=i+1;
  sum=sum+i;
 //  hier gilt:
 }
```

$$sum = \sum_{j=1}^{i} j \wedge i \leq n$$

$$sum = \sum_{j=1}^{i} j \wedge i \leq n$$

Beweis durch Induktion

1. Induktionsanfang: Zeige Behauptung für i=0;
2. Induktionsannahme: Es gelte die Behauptung für ein beliebiges (festes) I.
3. Induktionsschluss: Zeige aus 1. und 2., dass Behauptung für i+1 gilt

Aufgabe 2a

```
sum=0;
i=0;
while (i<n) {
  // hier gilt:
   i=i+1;
  sum=sum+i;
 //  hier gilt:
 }
```

$$sum = \sum_{j=1}^{i} j \wedge i \leq n$$

$$sum = \sum_{j=1}^{i} j \wedge i \leq n$$

$$0 = \sum_{j=1}^{0} j \wedge 0 \leq n$$

Beweis durch Induktion

1. **Induktionsanfang: Zeige Behauptung für i=0**
2. Induktionsannahme: Es gelte die Behauptung für ein beliebiges (festes) I.
3. Induktionsschluss: Zeige aus 1. und 2., dass Behauptung für i+1 gilt

Aufgabe 2a

```
sum=0;
i=0;
while (i<n) {
  // hier gilt:
   i=i+1;
  sum=sum+i;
 //  hier gilt:
 }
```

$$sum = \sum_{j=1}^{i} j \wedge i \le n$$

$$sum = \sum_{j=1}^{i} j \wedge i \le n$$

Induktionsannahme + Schleifenbedingung

$$sum = \sum_{j=1}^{i} j \wedge i \le n \wedge i < n$$

Beweis durch Induktion

1. Induktionsanfang: Zeige Behauptung für i=0;
2. **Induktionsannahme: Es gelte die Behauptung für ein beliebiges (festes) I.**
3. Induktionsschluss: Zeige aus 1. und 2., dass Behauptung für i+1 gilt

Aufgabe 2

```
sum=0;
i=0;
while (i<n) {
  // hier gilt:
   i=i+1;
  sum=sum+i;
 //  hier gilt:
 }
```

$$sum = \sum_{j=1}^{i} j \wedge i \leq n$$

$$sum = \sum_{j=1}^{i} j \wedge i \leq n$$

$$\boxed{sum = \sum_{j=1}^{i} j \wedge i < n}$$

I = i+1

$$\boxed{sum = \sum_{j=1}^{i-1} j \wedge i - 1 < n}$$

Beweis durch Induktion

1. Induktionsanfang: Zeige Behauptung für i=0;
2. Induktionsannahme: Es gelte die Behauptung für ein beliebiges (festes) I.
3. **Induktionsschluss: Zeige aus 1. und 2., dass Behauptung für i+1 gilt**

```
sum=0;
i=0;
while (i<n) {
  // hier gilt:
   i=i+1;
  sum=sum+i;
 //  hier gilt:
 }
```

$$sum = \sum_{j=1}^{i} j \wedge i \le n$$

$$sum = \sum_{j=1}^{i} j \wedge i \le n$$

$$\boxed{sum = \sum_{j=1}^{i} j \wedge i < n}$$

I = i+1

$$\boxed{sum = \sum_{j=1}^{i-1} j \wedge i-1 < n}$$

sum=sum+i

$$\boxed{sum = \sum_{j=1}^{i-1} j + i \wedge i-1 < n}$$

```
sum=0;
i=0;
while (i<n) {
  // hier gilt:
   i=i+1;
  sum=sum+i;
 //  hier gilt:
 }
```

$$sum = \sum_{j=1}^{i} j \wedge i \le n$$

$$sum = \sum_{j=1}^{i} j \wedge i \le n$$

$$\boxed{sum = \sum_{j=1}^{i} j \wedge i < n}$$

I = i+1

$$\boxed{sum = \sum_{j=1}^{i-1} j \wedge i-1 < n}$$

sum=sum+i

$$\boxed{sum = \sum_{j=1}^{i-1} j + i \wedge i-1 < n}$$

$$\boxed{sum = \sum_{j=1}^{i} j \wedge i \le n}$$

Beweis durch Induktion

1. Induktionsanfang: Zeige Behauptung für i=0;
2. Induktionsannahme: Es gelte die Behauptung für ein beliebiges (festes) I.
3. **Induktionsschluss: Zeige aus 1. und 2., dass Behauptung für i+1 gilt**

```
sum=0;
i=0;
while (i<n) {
  // hier gilt:
   i=i+1;
  sum=sum+i;
 //  hier gilt:
 }
```

$$sum = \sum_{j=1}^{i} j \wedge i \leq n$$

$$\boxed{sum = \sum_{j=1}^{i} j \wedge i \leq n}$$

// hier git:

$$sum = \sum_{j=1}^{i} j \wedge i \leq n \wedge i \geq n$$

$$\Rightarrow$$

$$sum = \sum_{j=1}^{i} j \wedge i = n \equiv sum = \sum_{j=1}^{`n} j$$

Aufgabe 2e

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2} \leq Integer.\mathrm{MAX\_VALUE}$$

$$\frac{n(n+1)}{2} \leq 2^{31} - 1$$

$$n(n+1) \leq 2^{32} - 2$$

$$n^2 + n - 2^{32} + 2 \leq 0$$

$$\left(n + \frac{1}{2}\right)^2 \leq 2^{32} - 2 + \frac{1}{4}$$

$$\left(n + \frac{1}{2}\right)^2 < 2^{32} - 1 \leq 2^{32}$$

$$n + \frac{1}{2} < 2^{16}$$

$$n \leq 2^{16} - 1$$

Aufgabe 2

3. Version

Eingangspezifikation:
Betrag zwischen 0 und 499 ct

```
int coins[] ={200,100,50,20,10,5,2,1};
int coinCount[] ={0,0,0,0,0,0,0,0};

rest =betrag
münze = 0

while (rest>0) {
  while (rest >= coins[münze]) {
    rest = rest – coins[münze]
    coinCount[münze] += 1
  }
  if (rest>0) münze=münze+1
}

for (int i=0; i<8; i=i+1) System.out.println(coinCount[i]+“ *“+coims[i]);
```

Ausgangsspezifiaktion
Rest= 0 und betrag = Summe(i=0..7,Coins[i]*coinCount[i])

Definition:

$$f(1) = 1$$

$$f(n) = f(n-1) + 2n - 1$$

Behauptung.

$$f(n) = n^2, n \in \mathbb{N}$$

Induktionsanfang:

$$f(1) = 1^2$$

Induktionsannahme:

$$f(n) = n^2 \text{ für ein festes } n \in \mathbb{N}$$

Induktionsschluss:

per definitionem

Zeige:

$$f(n+1) = (n+1)^2$$

$$f(n+1) = \boxed{f(n) + 2(n+1) - 1}$$

$$= \boxed{n^2} + 2n + 1$$

$$= (n+1)^2 \text{ q.e.d.}$$

Laut Annahme