Algorithmus

- Relation über der Menge ExA
  E=Eingabewerte, A=Ausgabewerte
- Berechnungsvorschrift
- allgemeines Verfahren zur Lösung eines Problems
- wohldefinierte Folge von Elementaroperationen (Anweisungen)

Anforderungen (Eigenschaften) eines Algorithmus

Anforderungen (Eigenschaften) Algorithmus

- endliches Verfahren
  - Endlich viele Anweisungen
- eindeutig
  - Jede Anweisung hat definiertes Ergebnis
- sequentiell
  - Die Anweisungen werden eine nach der anderen ausgeführt
- deterministisch
  - Nach jeder Anweisung steht fest, welches die nächste ist
- abbrechend
  - Nach endlich vielen Schritten wird eine endliche Ausgabe geliefert
- abgeschlossen
  - Das Ergebnis hängt nur von der Eingabe ab, von sonst nichts.

Entwicklung eines Algorithmus

- Formulieren des Problems
- Problemanalyse
- Problemabstraktion und –spezifikation
- Aufschreibung des Algorithmus
- Beweis der Korrektheit
- Analyse des Aufwandes

Bauelemente Algorithmus

- Zuweisung zu einer Variablen
- Berechnen von Ausdrücken
- Sequenz, schrittweises Abarbeitung
  - A; B; C;
- bedingte Verzeigung:
  - A; falls (Bedingung) B; C;
- Wiederholung
  - A, solange (Bedingung) B; C;
- Unterprogramme
  - (Parametrisierung, Rekursion)

Dezimaldarstellung

- Dezimaldarstellung: 10er Polynom
  - $5412_{10} = 5*10^3 + 4*10^2 + 1*10^1 + 2*10^0$
  - $5412_{10} = z_3*10^3 + z_2*10^2 + z_1*10^1 + z_0*10^0$
  - $5412_{10} = ((z_3*10 + z_2)*10 + z_1)*10 + z_0$

  - $5412_{10} : 10 = ((z_3*10 + z_2)*10 + z_1)$ Rest z_0
  - $541_{10} : 10 = (z_3*10 + z_2)$ Rest z_1
  - $54_{10} : 10 = (z_3)$ Rest z_2
  - $5_{10} : 10 = 0$ Rest z_3

Dezimalziffern berechnen

- Gegeben:; ganze Zahl $n>=0$
- Berechne $z_0,\ldots,z_k$ so dass
  - $0<=z_i<10$ für $i=0,..,k$
  - z_k != 0 für $k>=1$
  - $n = z_k*10^k + z_{k-1}*10^{k-1} + \ldots z_0*10^0$
  - $k>=0$
- Wie ?

Algorithmus Dezimalziffern

- $i = 0$; $n_0 = n$
- $z_i = 0$
- Solange $n > 0$
  - Teile n durch 10 mit Rest
    - {n = (n/10)*10+r}
  - $z_i = r$
  - $n = n / 10$
  - $i = i+1$

$$n \cdot 10^i + \sum_{j=0}^{i-1} z_j \cdot 10^j = n_0$$

Korrektheit

Wir zeigen, dass die Schleifeninvarinate gilt:

$$n \cdot 10^i + \sum_{j=0}^{i-1} z_j \cdot 10^j = n_0$$

$$\left(\left(n/10\right)*10 + r\right) \cdot 10^i + \sum_{j=0}^{i-1} z_j \cdot 10^j = n_0$$

n = (n/10)*10+r Division mit Rest

zi=r

$$\left(\left(n/10\right)*10 + z_i\right) \cdot 10^i + \sum_{j=0}^{i-1} z_j \cdot 10^j = n_0$$

n=n/10

$$\left(n*10 + z_i\right) \cdot 10^i + \sum_{j=0}^{i-1} z_j \cdot 10^j = n_0$$

$$n \cdot 10^{i+1} + z_i \cdot 10^i + \sum_{j=0}^{i-1} z_j \cdot 10^j = n_0$$

$$n \cdot 10^{i+1} + \sum_{j=0}^{i} z_j \cdot 10^j = n_0$$

Korrektheit

$$n \cdot 10^{i+1} + \sum_{j=0}^{i+1-1} z_j \cdot 10^j = n_0$$

i=i+1

$$n \cdot 10^{i} + \sum_{j=0}^{i-1} z_j \cdot 10^j = n_0$$

Damit ist gezeigt: Bedingung bleibt nach Druchlauf der Schleife gültig, ist als invariant.

Am Schleifenende gilt zusätzlich

$$0 \cdot 10^{i} + \sum_{j=0}^{i-1} z_j \cdot 10^j = n_0$$

$$\sum_{j=0}^{i-1} z_j \cdot 10^j = n_0$$