

# Übungen zur OOPM 2006/7

Beispiel O-Notation

20.11.2006

Dr. Manfred Jackel Uni Koblenz

Revidierte Fassung

```
public static int mult(int a, int b) {
    int i, j, c;

(01)    c=0;
(02)    i=0;

(03)    while (i < a) {
(04)        j=0;
(05)        while (j < b) {
(06)            c=c+1;
(07)            j=j+1;
                }
(08)        i=i+1;
    }
    return c;
}
```

```

public static int mult(int a, int b) {
    int i, j, c;

(01)    c=0;
(02)    i =0;

(03)    while (i <a) {
(04)        j =0;
(05)        while (j <b) { 1 (vergl eiche)
(06)            c=c+1; 2 (addi ere 1, spei chere C)
(07)            j =j +1; 2 (addi ere 1, spei chere C)
                }
(08)        i =i +1;
    }
    return c;
}

```

```
public static int mult(int a, int b) {
    int i, j, c;

(01)    c=0;
(02)    i=0;

(03)    while (i < a) {
(04)        j=0;
(05)        while (j < b) { 1 (lies j, lies b, vergleiche)
(06)            c=c+1; 2 (lies c, addiere 1, speichere C)
(07)            j=j+1; 2
        }
(08)        i=i+1;
    }
    return c;
}
```

Wird  $b+1$  mal  
ausgeführt

Wird  $b$  mal  
ausgeführt

Wird  $b$  mal  
ausgeführt

```
public static int mult(int a, int b) {
    int i, j, c;

(01)    c=0;
(02)    i =0;

(03)    while (i <a) {
(04)        j =0;
(05)
(06)
(07)
(08)        i =i +1;
    }
    return c;
}
```

Wird b+1 mal ausgeführt

$$1*(b+1)+2*b+2*b=5*b+1$$

(e)  
ere C)

ausgeführt

Wird b mal ausgeführt

```
public static int mult(int a, int b) {
    int i, j, c;

(01)    c=0;
(02)    i=0;

(03)    while (i < a) { 1 (verlei che)
(04)        j=0; 1 (speichere j)
(05)        // ...
(06)        // ...
(07)        // ...
(08)        i=i+1; 2 (addiere 1, speichere i)
    }
    return c;
}
```

Wird a+1 mal ausgeführt

Wird a mal ausgeführt

5\*b+1

Wird a mal ausgeführt

Wird a mal ausgeführt

$$1*(a+1)+1*a+(5*b+1)*a+2*a=4*a+1+5*a*b$$

```

public static int mult(int a, int b) {
    int i, j, c;

(01)    c=0;
(02)    i=0;

(03)    while (i < a) { 1 (vergleiche)
(04)        j=0; 1 (speichere j)
(05)        // ...
(06)        // ... (5*b+1) ... (speichere c)
(07)        // ...
(08)        i=i+1; 2 (addiere 1, speichere i)
    }
    return c;
}

```

Wird a+1 mal  
ausgeführt

Wird a mal  
ausgeführt

5\*b+1

Wird a mal  
ausgeführt

Wird a mal  
ausgeführt

```

public static int mult(int a, int b) {
    int i, j, c;
    (01)     c=0;           1
    (02)     i=0;           1
    (03)     while (i<a) {   1 (lies 1,
        lies a, vergleiche)
    (04)         j=0;       1 (

```

Noch 2

5a+5ab+1

Zusammen:  $f(a, b) = 9ab + 12a + 5$



Beweise:

$$f(a, b) = 5ab + 5a + 3 \in O\left(\left(\max(a, b)^2\right)\right)$$

Was ist zu zeigen?

**Definition 10.4.4.** Sei  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^*$ . Die *Ordnung* von  $f$  (the order of  $f$ ) ist die Menge

$$O(f(n)) = \{t : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^* \mid \exists c \in \mathbb{R}^+ \exists n_0 \in \mathbb{N} \forall n \geq n_0 : t(n) \leq c \cdot f(n)\}$$

$$\exists c > 0, n_0 \in \mathbb{N} : f(a, b) \leq c \cdot \max(a, b)^2 \quad \forall a, b : \max(a, b) \geq n_0$$

Es gibt  $c > 0$  und  $n_0$  aus  $\mathbb{N}$ , so dass  $f(a, b) < c \cdot \max(a, b)^2$  für alle  $a, b$  mit  $\max(a, b) \geq n_0$

Abschätzung „nach oben“:

$$b \geq 1$$

$$ab \geq 1$$

$$5ab + 5a + 3 \leq 5ab + 5ab + 3ab$$

$$= 13ab \leq 13(\max(a, b) \max(a, b))$$

$$\leq 13 \max(a, b)^2$$

$$\max(a, b) \geq a$$

$$\max(a, b) \geq b$$

Also: für  $c=26$ ,  $n=1$  gilt die Behauptung!