Grundlagen der Theoretischen Infomatik

SS 2013

UNIVERSITÄT KOBLENZ · LANDAU

Institut für Informatik

Prof. Dr. Ulrich Furbach
Dr. Manfred Jackel
Dr. Björn Pelzer
Christian Schwarz

Nachklausur

Modul „Grundlagen der Theoretischen Informatik“ 04IN1018/INLP01 8 ECTS

25.10.2013

Name	
Vorname	Musterlösung
E-Mail-Adresse	@uni-koblenz.de
Matrikelnummer	

Studiengang:
☐ Computervisualistik (Diplom)
☐ Informatik (Diplom)
☐ Computervisualistik (BSc)
☐ Informatik (BSc)
☐ Wirtschaftsnformatik (BSc)
☐ B Ed Gymnasium
☐ B Ed Realschule
☐ Informationsmanagement (BSc)
☐

☐ Diese Prüfung ist mein 2. Versuch
☐ Diese Prüfung ist mein 3. Versuch

	1	2	3	4	5	6	7	8	GESAMT
Punkte									

Auswertung:

Aufgabe 1 (12 Punkte)

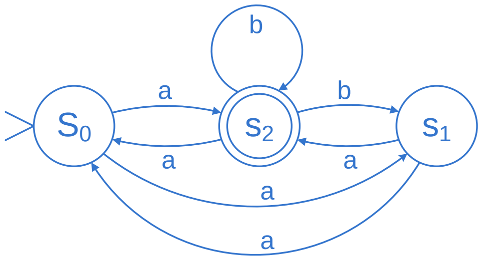
Gegeben sei der endliche nichtdeterministische Automat $A = (\{s_0, s_1, s_2\}, \{a, b\}, \Delta, \{s_0\}, \{s_2\})$ in formaler Notation mit $\Delta = \{(s_0, a, s_1), (s_0, a, s_2), (s_1, a, s_2), (s_2, a, s_0), (s_2, b, s_1), (s_2, b, s_2)\}$.

a) Geben Sie die grafische Notation des NDEA an.

b) Geben Sie einen DEA A‘ mit $L(A) = L(A')$ in formaler Notation an

Lösung:

a)



b)

δ	a	b
s_0	$\{s_1, s_2\}$	$\varnothing$
s_1	$\{s_2\}$	$\varnothing$
$\underline{s_2}$	$\{s_0\}$	$\{s_1; s_2\}$

$\rightarrow$

δ	a	b
s_0	$\{s_1, s_2\}$	$\varnothing$
$\underline{\{s_1, s_2\}}$	$\{s_0, s_2\}$	$\{s_1, s_2\}$
$\underline{\{s_0, s_2\}}$	$\{s_0, s_1, s_2\}$	$\{s_1, s_2\}$
$\underline{\{s_0, s_1, s_2\}}$	$\{s_0, s_1, s_2\}$	$\{s_1, s_2\}$
$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$

$\mathcal{A} = (\{s_0, \{s_0, s_2\}, \{s_1, s_2\}, \{s_0, s_1, s_2\}, \varnothing\}, \partial, s_0, \{\{s_0, s_2\}, \{s_1, s_2\}, \{s_0, s_1, s_2\}\})$

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Sei L die Sprache aller Wörter über dem Alphabet $\Sigma = \{0,1\}$, die aus mehr Nullen als Einsen bestehen. Zeigen Sie mit dem (starken) Pumping-Lemma für reguläre Sprachen, dass L nicht regulär ist.

Lösung:

Widerspruchsbeweis: Angenommen, das Pumping Lemma gilt. Dann gibt es ein n, so dass jedes Wort $z \in L$ zerlegt werden kann mit z=uvw 1<=|v| sowie |uv|<n, so dass $uv^k w \in L$ für alle k >=0. Wir wählen das Wort 1^n0^{n+1}. Wegen der Bedingung |uv|<n muss v aus lauter 1en bestehen, mindestens aus einer 1. Dann hat $uv^{n+1}w$ mehr 1en als 0en. Widerspruch.

Aufgabe 3 (12 Punkte)

a) Geben Sie einen regulären Ausdruck an, der die Sprache
$L = \left\{ w \in \Sigma^* \mid \; |w| > 2 \Rightarrow \left(\exists u \in \Sigma^* \left(\exists v \in \Sigma^* \left(w = ucv \wedge |u| = 2 \right) \right) \right) \right\}$ über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ darstellt.

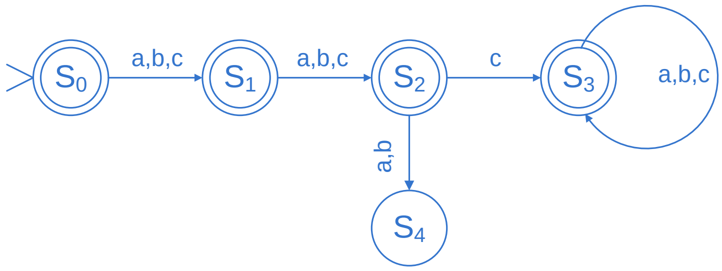
b) Geben Sie einen DEA für die Sprache L an.

c) Geben Sie eine rechtslineare Grammatik für diese Sprache an.

Lösung:

a) $1 + a + b + c + (a + b + c)(a + b + c)\left(1 + c(a + b + c)^*\right)$

b)



c) $G = \left(\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, R, S\right)$ mit R=
$$\begin{aligned} S &\rightarrow aA \mid bA \mid cA \mid \varepsilon \\ A &\rightarrow aB \mid bB \mid cB \mid \varepsilon \\ B &\rightarrow cC \mid \varepsilon \\ C &\rightarrow aC \mid bC \mid cC \mid \varepsilon \end{aligned}$$

Aufgabe 4 (12 Punkte)

Geben Sie die kontextfreie Grammatik $G = (\{a,b\},\{S,A,B\},R,S)$ mit der Regelmenge R

$S \to aAB \mid B$

$A \to Aa \mid \varepsilon$

$B \to aBb \mid ab$

a) Geben Sie für folgende Wörter eine Ableitung an oder begründen Sie kurz, warum sie nicht in L(G) sind
   (1) abab
   (2) aabb
   (3) aaabb

b) Bringen Sie die Grammatik in Chomsky Normalform.

Lösung:

a)

(1) $abab \notin L(G)$ $S \to aAB$ erzeugt aa..., da sowohl A wie B ein 2, A einbringen. $S \Rightarrow B \Rightarrow ab$ ist zu kurz, $S \Rightarrow B \Rightarrow aBb \overset{*}{\Rightarrow} aa...$

(2) $S \Rightarrow B \Rightarrow aBb \Rightarrow aabb \in L(G)$

(3) $S \Rightarrow aAB \Rightarrow aB \Rightarrow aaBb \Rightarrow aaabb \in L(G)$

b) Die Grammatik enthält keine nutzlosen Symbole. Entferne $A \to \varepsilon$

$S \to aAB \mid aB \mid B$

$A \to Aa \mid a$

$B \to aBb \mid ab$

Faktorisieren:

$S \to V_aAB \mid V_aB \mid B$

$A \to AV_a \mid a$

$B \to V_aBV_b \mid ab$

$V_a \to a$

$V_b \to b$

Entfernen der Kettenregel $S \to B$

$S \to V_aAB \mid V_aB \mid V_aBV_b \mid V_a\,V_b$

$A \to AV_a \mid a$

$B \to V_aBV_b \mid V_a\,V_b$

$V_a \to a$

$V_b \to b$

letzter Schritt

$S \to V_aC \mid V_aB \mid V_aD \mid V_a\,V_b$

$C \to AB, D \to BV_b$

$A \to AV_a \mid a$

$B \to V_aE \mid V_a\,V_b, E \to BV_b$

$V_a \to a$

$V_b \to b$

Keine nutzlosen Symbole,

Aufgabe 5 (12 Punkte)

a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik über dem Alphabet $\Sigma = \{(,),[,]\}$ an, die die Dyck-Sprache D_2 aller geordneten Klammergebirge aus runden und eckigen Klammern erzeugt. Das leere Wort gehört zur Sprache.

b) Geben Sie einen PDA an, der diese Sprache mit leerem Keller akzeptiert

Lösung:

a) $S \to (S) \mid [S] \mid SS \mid \varepsilon$

$\mathcal{M} = \left(\{s_0\}, \{(,),[,]\}, \{(.[\}, \Delta, s_0, Z_0, \varnothing\right)$

mit

$(s_0, \varepsilon, Z_0)\,\Delta\,(s_0, \varepsilon)$

$(s_0, (, Z_0)\,\Delta\,(s_0, ()$

$(s_0, [, Z_0)\,\Delta\,(s_0, [)$

b) $(s_0, (, ()\,\Delta\,(s_0, (()$

$(s_0, [, [)\,\Delta\,(s_0, [[)$

$(s_0, (, [)\,\Delta\,(s_0, ([)$

$(s_0, [, ()\,\Delta\,(s_0, [()$

$(s_0,), ()\,\Delta\,(s_0, \varepsilon)$

$(s_0,], [)\,\Delta\,(s_0, \varepsilon)$

Aufgabe 6 (12 Punkte)

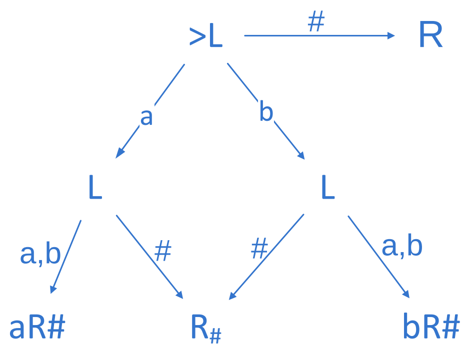
Gegeben sei das Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Geben Sie eine deterministische Turingmaschine (DTM) an, die das vorletzte Zeichen eines Eingabewortes löscht. Das Löschen verkürzt das Wort um dieses Zeichen. Wörter der Länge kleiner 2 bleiben unverändert.

Lösung:

	#	a	b
q_0	(q_1, L)		
q_1	(h, R)	(q_2, L)	(q_3, L)
q_2	(q_5, R)	(q_4, a)	(q_4, a)
q_3	(q_5, R)	(q_4, b)	(q_4, b)
q_4		(q_5, R)	(q_5, R)
q_5		(h, R)	(h, R)

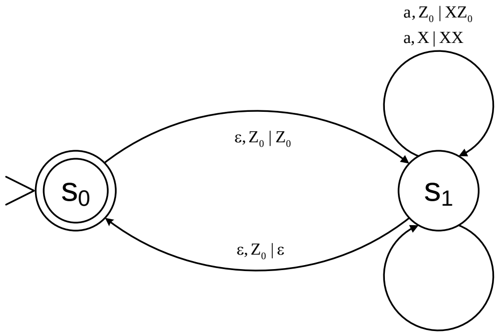
$$\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{a, b\}, \delta, q_0)$$

oder



Aufgabe 7 (12 Punkte)

Gegeben sei der folgende PDA:



$\mathcal{M} = (\{s_0, s_1\}, \{a\}, \{Z_0, X\}, \Delta, s_0, Z_0, \{s_0\})$

Welche Sprache akzeptiert der PDA? Begründen Sie Ihre Antwort.

Lösung:

$$L = \{a^{2n} \mid n \in \mathbb{N}_0\}$$

Begründung: Wenn ein a durch Kellern von X akzeptiert wird, bleibt der PDA im Zustand s_1. Bei jeden Auskellern eines X wird ein weiteres a akzeptiert. Daher ist die Anzahl der akzeptierten a gerade.

Aufgabe 8 (12 Punkte)

iese Aufgabe umfasst 3 Multiple-Choice Cluster mit je 4 Ankreuzfragen. Für jedes Cluster gilt: Wenn alle 4 Kreuze an der richtigen Stelle stehen, gibt es 4 Punkte für das Cluster. Ein falsches Kreuz gibt **einen Punkt Abzug**. Wer 2 richtige und 2 falsche Kreuzchen in einem Cluster macht, erhält 1+1-1-1=0 Punkte. Zum Trost: es gibt keine negativen Gesamtpunktzahlen, jedes Cluster bringt 0 bis 4 Punkte. Wenn Sie eine Frage nicht beantworten, **gibt dies 0 Punkte**!

		Ja	Nein	Frage
a)				**Grammatiken**
	1.	☒	☐	Die Prämisse einer Grammatikregel darf mehrere Variable enthalten.
	2.	☐	☒	Zwei Grammatiken, die die gleiche Sprache erzeugen, haben gleich viele Regeln.
	3.	☒	☐	Die Regel einer rechtslinearen Grammatik enthält höchsten 2 Variablen.
	4.	☒	☐	Bei einer beschränkten Grammatik darf S nicht in der Conclusio vorkommen,
b)				**Entscheidbarkeit**
	1.	☐	☒	$\left(L_1 \le_p L_2 \wedge L_1 \in P\right) \Rightarrow L_2 \in P$ (Satz 32.8)
	2.	☒	☐	$\left(L_1 \le_p L_2 \wedge L_2 \in P\right) \Rightarrow L_1 \in P$ (Satz 32.8)
	3.	☐	☒	Für $L_1, L_2 \in \Sigma^*$ gilt: $L_1 \le_p L_2 \Leftrightarrow \exists f : \Sigma^* \to \Sigma^* : f$ TM-berechenbar und $\forall w \in \Sigma^* : \left(w \in L_2 \Leftrightarrow f(w) \in L_1\right)$ siehe Def. 32.7
	4.	☐	☒	Es existiert eine NP-vollständige Sprache, die nicht entscheidbar ist. Jede entscheidbare Sprache ist akzeptierbar Satz 29.6
c)				**Endliche Automaten**
	1.	☒	☐	Es gibt einen DEA mit 3 Zuständen, der die Sprache {a,b} über dem Alphabet {a,b} akzeptiert.
	2.	☐	☒	Ein deterministischer endlicher Automat hat höchstens einen Endzustand.
	3.	☐	☒	Jeder nicht deterministische endliche Automat hat mehrere Anfangszustände.
	4.	☐	☒	Es gibt einen nicht deterministischen endlichen Automaten, der eine Sprache akzeptiert, die nicht entscheidbar ist.